SYSTEMES D'EQUATIONS

1 Méthodes de résolution

Exercices

1 *On donne trois feuilles rectangulaires de longueur* x *et de largeur* y. *On en pose deux côte à côte et on les recouvre partiellement avec la troisième. On remarque qu'il reste une marge. Comment choisir* x *et* y *pour que la marge soit de largeur constante tout autour de la troisième feuille? Y a-t-il plusieurs choix possibles pour* x *et* y ? *Si* $x = 12$, *comment choisir* y ? *Reprendre le problème avec quatre feuilles.*

2 *Comment choisir* x *et* y *dans* $\mathbb{N}$ *si* $2x - 3y = 5$.

3 *a) On veut obtenir Fr. 64.- avec 10 pièces d'un premier type et 7 d'un deuxième type ainsi que Fr. 31.- avec 5 pièces du premier type et 3 du deuxième. Quelle est la valeur de ces pièces?*

b) On donne Fr. 3,10 avec 3 pièces d'un type et 5 d'un autre. Peut-on obtenir la même somme avec 8 pièces du premier type et 3 du deuxième? Quelle est la valeur de chacune de ces pièces?

4 *Trouver* α *et* β *si* $f(x) = \alpha x + \beta$ *et* $f(1) = 1$ *et* $f(3) = 7$.

5 *Trouver* $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ *si* $\begin{cases} 2x + 3y = \frac{3}{2} \\ \text{et} \\ 2x + 4y = \frac{5}{2} \end{cases}$

THEOREME 1	$\begin{cases} a = b \\ \text{et} \\ c = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = b + d \\ \text{et} \\ c = d \end{cases}$ $\begin{cases} a = b \\ \text{et} \\ c = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot a = x \cdot b \\ \text{et} \\ y \cdot c = y \cdot d \end{cases}$ et $0 \notin \{x,y\}$

Exercice 6 *Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$

1 $\begin{cases} 16x + 4y = 15 \\ \text{et} \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ \text{et} \\ 2x + 5y = 3 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} x + 4y = 1 \\ \text{et} \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + y = 3 \\ \text{et} \\ x - y = 2 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} 6x - 9y = 0 \\ \text{et} \\ 8x + 15y = 9 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} -4x + 5y = 2 \\ \text{et} \\ 12x + 10y = 56 \end{cases}$

Remarque

$\begin{cases} a = b \\ \text{et} \\ c = d \end{cases}$ s'écrit aussi $\begin{cases} a = b \\ \\ c = d \end{cases}$ s'il n'y a pas de confusion avec "ou".

Exemples de méthodes utilisées pour résoudre des systèmes

1 Méthode de comparaison

$$\begin{cases} 2x + 6y = 12 \\ x - 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(12 - 6y) = 6 - 3y \\ x = 7 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3y = 7 + 3y \\ x = 7 + 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 = 6y \\ x = 7 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{6} \\ x = 7 + 3(-\frac{1}{6}) \end{cases} \Leftrightarrow (x,y) = (\frac{13}{2}; -\frac{1}{6})$$

2 Méthode de substitution

$$\begin{cases} 4x + 16y = -12 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}(-12 - 16y) = -3 - 4y \\ 3(-3 - 4y) - 2y = 19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -14y = 19 + 9 \\ x = -3 - 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = -3 - 4(-2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow (x,y) = (5, -2)$$

3 Méthode des combinaisons linéaires

On désigne par I la première équation et par II la deuxième.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 46 \\ -2x + 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \mathrm{I} - \mathrm{II} \\ 2\cdot\mathrm{I} + 3\cdot\mathrm{II} \end{matrix} \begin{cases} 5x = 46 - 14 = 32 \\ 20y = 92 + 42 = 134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{32}{5} \\ y = \frac{67}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x,y) = \left(\frac{32}{5}, \frac{67}{10}\right)$$

<u>Remarque</u>

Ne pas choisir des combinaisons linéaires qui ont des coefficients proportionnels.

Exercice 7 *Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$ *avec l'une des trois méthodes*

1 $\begin{cases} 2x + 4y = 42 \\ -5x + 7y = 31 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 3x - 8y = 36 \\ 4x - 5y = -14 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 6x + 5y = 8 \\ 3x + \frac{y}{2} = -4 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 5x - \frac{y}{4} = 33 \\ -10x + \frac{y}{2} = -68 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} mx + 5y = 10 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} x + 2y = 17 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$

7 $\begin{cases} 2x = 3y \\ x + y = \frac{5}{12} \end{cases}$ 8 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 22 \\ 2x^2 - y^2 = -1 \end{cases}$ 9 $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -2 \\ -x + \frac{3y}{2} = 6 \end{cases}$

10 $\begin{cases} \frac{x}{2} = 4y \\ 3 = 2y - x \end{cases}$ 11 $\begin{cases} 11x + 18y = 1 \\ 22x + 36y = 3 \end{cases}$ 12 $\begin{cases} 2x = -\frac{1}{3} \\ -7y = 1 + x \end{cases}$

13 $\begin{cases} \dfrac{5(x+y)}{3} = 15 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ 14 $\begin{cases} 2x + y + 7 = -7 - 3y \\ 4x + 4y + 4 = x - 7 \end{cases}$

15 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} = \dfrac{x-y}{3} \\ x + 4y = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 16 $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{7}{12} \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = -\dfrac{1}{12} \end{cases}$ 17 $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{y-2} = \dfrac{7}{12} \\ \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

18 $\begin{cases} x + \dfrac{8}{y-1} = -3 \\ -2x + \dfrac{12}{y-1} = -3 \end{cases}$ 19 $\begin{cases} \dfrac{7}{x} + \dfrac{4}{y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{5}{y} = \dfrac{3}{14} \end{cases}$ 20 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{x-y}{xy} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

21 $\begin{cases} 2(x+2y) = 0 \\ -3(-y+3x) = 0 \end{cases}$ 22 $\begin{cases} \dfrac{x}{3} = 2y - 1 \\ 3 = 2y - x \end{cases}$ 23 $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - 5y + 8 = \dfrac{x}{2} - 3 \\ \dfrac{y}{2} - \dfrac{x}{3} + 4 = y + 1 \end{cases}$

24 $\begin{cases} 2y + 3x - \dfrac{43}{12} = 0 \\ -5x + 3y = -\dfrac{7}{4} \end{cases}$ 25 $\begin{cases} 2x + (m-1)y = 1 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

26 $\begin{cases} mx + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ 27 $\begin{cases} 5x - 2y = m \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$ 28 $\begin{cases} (m+2)x + y = 1 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$

29 $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx + 3y = 3 \end{cases}$ 30 $\begin{cases} x + 4y = m+3 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$ 31 $\begin{cases} x + y = 3 \\ mx - 2y = 5 \end{cases}$

2 Méthode des déterminants

2.1 Théorème de Cramer

Exercice 8 *Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$, m *paramètre*

1 $\begin{cases} 0\,x + 4y = 5 \\ x - \dfrac{y}{2} = 1 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 0\,x - \dfrac{y}{2} = \dfrac{1}{4} \\ 2x + 0\,y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 10x + 10y = 1 \\ 0\,x + 0\,y = 0 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 0\,x + 0\,y = 5 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} 2x + 0\,y = 4 \\ mx + y = 0 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 0\,x + 0\,y = m \end{cases}$

THEOREME 2 Si $0 \notin \{a, b, a', b'\}$

alors (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} b'① - b② \\ a② - a'① \end{matrix} \begin{cases} (ab' - a'b)\,x = cb' - c'b \\ (ab' - a'b)\,y = ac' - a'c \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} \end{cases}$$

Le nombre $ab' - a'b = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ s'appelle **déterminant** du système, noté dét(S) ou D.

Le nombre $b'c - bc' = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}$ s'appelle déterminant relatif à **x**, noté Dx.

Le nombre $ac' - a'c = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}$ s'appelle déterminant relatif à y, noté Dy.

Pour la résolution du système, trois cas se présentent.

a) $ab' - a'b \neq 0$ et (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \\ y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \end{cases}$ un et un seul couple solution pour (S)

b) $ab' - a'b = 0$ et $(Dx \neq 0$ ou $Dy \neq 0)$ et (S) $\Leftrightarrow (0x \neq 0$ ou $0y \neq 0)$

$\Leftrightarrow (x,y) \in \varnothing$ aucune solution pour (S)

c) $ab' - a'b = 0$ et $Dx = 0$ et $Dy = 0$

alors $\begin{cases} ab' - a'b = 0 \\ b'c - bc' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{b}{b'} a' = ka' \\ c = \dfrac{b}{b'} c' = kc' \\ b = \dfrac{b}{b'} b' = kb' \end{cases}$

et une des équations est multiple de l'autre

et le système est réduit à une seule équation $a'x + b'y = 0$

Alors (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} (x,y) = (x, \dfrac{c' - a'x}{b'}) \text{ et } x \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ (x,y) = (\dfrac{c' - b'y}{a'}, y) \text{ et } y \in \mathbb{R} \end{cases}$ une infinité de couples solutions pour (S)

Exercices

9 *Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$ *selon les modèles suivants*

a) $\begin{cases} 8x + 5y = 36 \\ -3x + 2y = 2 \end{cases}$

On a dét(S) $= \begin{vmatrix} 8 & 5 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 31$ $Dx = \begin{vmatrix} 36 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 62$ $Dy = \begin{vmatrix} 8 & 36 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 124$

Ainsi, (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 31x = 62 \\ 31y = 124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (x,y) = (2;4)$

b) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ -2x + 6y = -10 \end{cases}$

On a $\quad$ dét(S) $= \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad Dx = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -10 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad Dy = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -10 \end{vmatrix} = 0$

Ainsi, $\quad (S) \Leftrightarrow x - 3y = 5 \Leftrightarrow y = \dfrac{x-5}{3} \Leftrightarrow (x,y) = (x, \dfrac{x-5}{3})$ et $x \in \mathbb{R}$

c) $\begin{cases} -2x + 8y = 7 \\ x - 4y = -3 \end{cases}$ $\quad$ On a $\quad$ dét(S) $= \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = 0 \quad Dx = \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = -4$

Ainsi, $\quad (S) \Leftrightarrow (x,y) \in \varnothing$

1 $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 9 \end{cases}$ $\quad$ 2 $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + y = 2 \\ x + \dfrac{y}{3} = 1 \end{cases}$ $\quad$ 3 $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x + 3 = y - 1 \\ -3x + 3y = 12 \end{cases}$ $\quad$ 5 $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ $\quad$ 6 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{x-y}{3} = 1 \end{cases}$

7 $\begin{cases} 2x = 3y + 5 \\ 4y = 3x - 1 \end{cases}$ $\quad$ 8 $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ $\quad$ 9 $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - y = 3 \\ -x + 5y = 15 \end{cases}$

10 *Comment choisir* m *et* n *pour que* $(x,y) = (1;2)$ *soit solution du système*

1 $\begin{cases} (m+1)x + y = 1 \\ (n+2)x + 3y = 2 \end{cases}$ $\quad$ 2 $\begin{cases} (2m+1)x + ny = 0 \\ (m-1)x - (n+1)y = 1 \end{cases}$ $\quad$ 3 $\begin{cases} (m+1)x^2 - (3-n)y = 1 \\ (5-m)x + ny^2 = 1 \end{cases}$

11 *Résoudre les équations paramétriques selon l'exemple suivant.*

$\begin{cases} (m+1)x + y = 1 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \quad \text{et} \quad y = 1 \quad \text{et} \quad x = -\dfrac{1}{2} \\ \text{ou} \\ m \neq -1 \quad \text{et} \quad \text{dét(S)} = 4m + 2 \quad Dx = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \quad Dy = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3m + 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & \text{et} \quad (x,y) = (-\frac{1}{2}, -1) \\ \text{ou} & \\ m \neq -1 \quad \text{et} & \begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{4m+2} \\ y = \dfrac{3m+1}{4m+2} \end{cases} \\ \text{ou} \\ m = -\frac{1}{2} \qquad \text{et} \quad (x,y) \in \varnothing \end{cases} \end{cases}$$

1 $\begin{cases} 2x + (m-1)y = 1 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 2mx + y = 3 \\ \dfrac{x}{3} - y = 1 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 4x + 2y = m \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} (m+2)x + y = 2 \\ (m+2)y + x = 4 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} (m^2+1)x + y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} x + my = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

2.2 Cas de systèmes avec des coefficients nuls

Un coefficient est nul et $0 \notin \{a', b, b'\}$

$$\begin{cases} 0x + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{c}{b} \\ x = \dfrac{c' - b'\frac{c}{b}}{a'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{bc' - b'c}{a'b} \\ y = \dfrac{c}{b} \end{cases}$$

Avec les déterminants on obtient

$$\text{dét}(S) = \begin{vmatrix} 0 & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = -a'b \qquad Dx = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = b'c - bc' \qquad Dy = \begin{vmatrix} 0 & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = -a'c$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} 0x + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a'bx = b'c - bc' \\ -a'by = -a'c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{bc' - b'c}{a'b} \\ y = \dfrac{c}{b} \end{cases}$$

On peut donc aussi utiliser la méthode des déterminants si un coefficient est nul.

Deux coefficients sont nuls et $0 \notin \{a', b'\}$

$$\begin{cases} 0x + 0y = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \text{ et } y = \dfrac{c' - a'x}{b'} \\ \text{ou} \\ c \neq 0 \text{ et } (x,y) \in \varnothing \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \text{ et } (x,y) = (x, \dfrac{c' - a'x}{b'}) \text{ et } x \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ c \neq 0 \text{ et } \qquad (x,y) \in \varnothing \end{cases}$$

Avec les déterminants on obtient

$$\text{dét}(S) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a' & b' \end{vmatrix} = 0 \qquad Dx = \begin{vmatrix} c & 0 \\ c' & b' \end{vmatrix} = b'c \qquad Dy = \begin{vmatrix} 0 & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = -a'c$$

$$\text{ainsi, } \quad (S) \text{ et dét}(S) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} Dx = 0 \text{ et } Dy = 0 \Leftrightarrow c = 0 \text{ et } y = \dfrac{c' - a'x}{b'} \\ \text{ou} \\ Dx \neq 0 \text{ ou } Dy \neq 0 \Leftrightarrow c \neq 0 \text{ et } (x,y) \in \varnothing \end{cases}$$

Dans ce cas aussi, on peut utiliser la méthode des déterminants.

Exercices

12 *Démontrer que l'écriture des déterminants convient aussi aux systèmes suivants.*

a) $\begin{cases} 0x + by = c \\ 0x + b'y = c' \\ \text{et } 0 \notin \{b \ \ b'\} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0x + by = c \\ a'x + 0y = c' \\ \text{et } 0 \notin \{a' \ \ b\} \end{cases}$ c) $\begin{cases} 0x + 0y = c \\ 0x + b'y = c' \\ \text{et } b' \neq 0 \end{cases}$

13 *Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$

1 $\begin{cases} 3x = 9 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 5y = 25 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 3x - 7y = 18 \\ 2x = 12 \end{cases}$

14 *Résoudre les systèmes paramétriques dans* $\mathbb{R}^2$ *selon le modèle suivant.*

$$(S) \begin{cases} 4x - y = -m \\ 2mx - y = -2 \end{cases}$$

Avec $\quad \text{dét}(S) = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2m & -1 \end{vmatrix} = 2(m-2) \qquad Dx = \begin{vmatrix} -m & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = m - 2$

$$Dy = \begin{vmatrix} 4 & -m \\ 2m & -2 \end{vmatrix} = -8 + 2m^2 = 2(m+2)(m-2)$$

$$\text{On a} \quad (S) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ et } \quad \text{dét}(S) = Dx = Dy = 0 \quad \text{et} \quad 4x - y = -2 \\ \text{ou} \\ m \neq 2 \text{ et } \begin{cases} 2(m-2)x = m-2 \\ 2(m-2)y = 2(m+2)(m-2) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = m+2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ et } (x,y) = (x, 4x+2) \text{ et } x \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ m \neq 2 \text{ et } \quad (x,y) = (\frac{1}{2}, m+2) \end{cases}$$

1 $\begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} mx + 3y = 5 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 7x - (m+5)y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 4x + my = 3 \\ mx + 4y = m+1 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} ax + by = ab+1 \\ abx + ay = a^2+b \end{cases}$ 6 $\begin{cases} x - (m+1)y = m \\ (m+2)x + (m+1)y = -1 \end{cases}$

7 $\begin{cases} (a+b)x + by = a \\ (a+b)x + ay = b \end{cases}$ 8 $\begin{cases} y = mx + 2m \\ 2x = y - 3m \end{cases}$ 9 $\begin{cases} 2x = my + m \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

15 *Résoudre les systèmes suivants dans* $\mathbb{R}^3$ *avec des méthodes utilisées dans* $\mathbb{R}^2$.

1 $\begin{cases} x + 2y - 3z = -6 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ 3x - 2y + 2z = -1 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} x + 2y - 3z = -12 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ 3x - 2y + 2z = 13 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -x - y + z = 0 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 3x + 2y - z = 7 \\ 2x - y - z = -1 \\ x - 2y - 2z = -8 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} x + 3y + 3z = -1 \\ 3x + y + 3z = 7 \\ 3x + 3y + z = 1 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 15 \\ x + y + 3z = 18 \end{cases}$

7 $\begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ 5x + y + 3z = -1 \\ 4x + 2y + z = -4 \end{cases}$ 8 $\begin{cases} 2x - z + y = 0 \\ 3y - x - 2z = -19 \\ 4z - y + 3x = 21 \end{cases}$ 9 $\begin{cases} 3z + 2x - y = 9 \\ 3x - z + 2y = 4 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$